

Запишите число, тему: «Простейшие тригонометрические уравнения»

1. Выполни устно

Какие из записанных уравнений можно решить по формулам:

а) $x = (-1)^n \arcsin a + n\pi, n \in \mathbb{Z}$;

б) $x = \pm \arccos a + 2n\pi$?

$\cos x = 2/2, \quad \operatorname{tg} x = 1, \quad \sin x = 1/3, \quad \operatorname{ctg} x = 3/3, \quad \sin x = -1/2, \quad \cos x = 2/3, \quad \sin x = 3, \quad \cos x = 2.$

Какие из перечисленных уравнений не имеют решений?

2. Напомню решения простейших тригонометрических уравнений

Пример 1. Решить уравнение $\sin(\pi/6 - 2x) = \sqrt{3}/2$.

Имеем $\pi/6 - 2x = (-1) \arcsin \sqrt{3}/2 + \pi k$.

Так как $\arcsin \sqrt{3}/2 = \pi/3$, то $\pi/6 - 2x = (-1) \pi/3 + \pi k$, откуда $x = -(-1) \pi/6 + \pi/12 + \pi k/2$, или $x = (-1) \pi/6 + \pi/12 (6k+1), k \in \mathbb{Z}$. ■

Пример 2. Решить уравнение $(1 - \sin x)(\operatorname{tg}^2 x - 3) = 0$.

Найдем значения x , удовлетворяющие каждому из уравнений

$1 - \sin x = 0$ и $\operatorname{tg}^2 x - 3 = 0$;
если $\sin x = 1$, то получим $x = \pi/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; (1)

если $\operatorname{tg}^2 x = 3$, т. е. $\operatorname{tg} x = \pm\sqrt{3}$, то $x = \pm\pi/3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$. (2)

Однако было бы ошибочным считать ответом объединение решений (1) и (2). Дело в том, что исходное уравнение не имеет смысла для значений

$x = \pi/2 + \pi n (n \in \mathbb{Z})$, (так как тангенс α есть отношение синуса α на косинус α , а на 0 делить нельзя) поэтому первое из предполагаемых решений непригодно и ответом является только второе решение $x = \pm\pi/3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$. ■

3. Решите уравнения:

а) $\sin x = 0$;

д) $\sin x = \sqrt{2}/2$;

з) $\sin x = 2$;

б) $\cos x = \sqrt{2}/2$;

е) $\cos x = -1/2$;

и) $\cos x = 1$;

г) $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$;

ж) $\operatorname{ctg} x = -1$;

к) $\operatorname{tg} x = 1/\sqrt{3}$.

4. Решите уравнения:

а) $\sin 3x = 0$;

д) $2\cos x = 1$;

б) $\cos x/2 = 1/2$;

е) $3 \operatorname{tg} 3x = 1$;

г) $\sin x/4 = 1$;